



پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۱ (درس های ۳ و ۴) فصل ۴	فصل ۱ (درس ۱ تا ۴)	—
هندسه	فصل ۱	—	فصل ۱ (درس ۱)
گسسته	—	فصل ۱	فصل ۱ (درس ۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.



ریاضیات

۱- دنباله‌های خطی $a_n = 5n + 6$ و $b_n = 4n + 1$ داده شده‌اند. جمع دوازده جمله مشترک ابتدایی آنها چه عددی است؟

- (۱) ۳۱۴۴ (۲) ۱۵۷۲ (۳) ۱۰۴۸ (۴) ۲۹۲۴

۲- جملات دنباله $a_n = 3n - 3$ را در دسته‌هایی با تعداد اعضای فرد به صورت

$\{a_1\}$, $\{a_2, a_3, a_4\}$, $\{a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}$, ... دسته‌بندی می‌کنیم. عدد وسط در دسته دهم چه عددی است؟

- (۱) ۲۶۷ (۲) ۲۷۳ (۳) ۲۸۷ (۴) ۲۷۰

۳- دنباله غیر ثابت $a, b, a+b+1, \dots$ حسابی و دنباله $a+1, b+1, 3a+b, \dots$ هندسی است. اگر مجموع ده جمله اول دنباله

هندسی برابر $4 - n \times 2^{10}$ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- اگر $a_n = (2a-4)n^2 + an + b$ یک الگوی خطی باشد به طوری که حاصل $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ برابر $-\frac{1}{8}$ باشد، مقدار b

کدام است؟

- (۱) ۸ یا ۱۴ (۲) -14 یا -8 (۳) -6 یا -4 (۴) -12 یا -8

۵- نمودار تابع $f(x) = \alpha x^2 + 6x + 9\beta$ محور x ها را در نقاطی به طول α و β قطع می‌کند، به طوری که $\alpha < \beta$. مقدار $f(\alpha + \beta)$ چه

عدد است؟ ($\beta \neq 0$)

- (۱) ۵۷ (۲) ۳۳ (۳) ۴۵ (۴) ۲۱

۶- در معادله درجه دوم $ax^2 - 8x + b = 0$ ، واسطه حسابی ریشه‌ها برابر a و واسطه هندسی ریشه‌ها برابر b است. مجموع مربعات

ریشه‌های معادله کدام است؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $14/5$ (۲) $12/5$ (۳) $15/5$ (۴) $17/5$

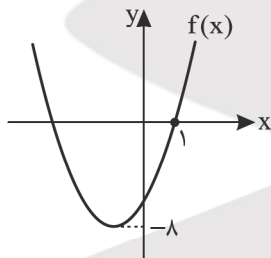
۷- نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx - 6$ به صورت زیر است. محور تقارن f کدام است؟

(۱) $x = -2$

(۲) $x = -\frac{3}{2}$

(۳) $x = -1$

(۴) $x = -\frac{5}{2}$



محل انجام محاسبه

۸- نمودار سهمی $f(x) = -3x^2 + (2m-1)x + m - 6$ بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است. مقدار m کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) -۳ (۴) ۳

۹- اگر α ، β و γ ریشه‌های معادله $x^3 + mx - m = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله زیر $\frac{\gamma}{\alpha}$ و $\frac{\gamma}{\beta}$ است؟

(۱) $x^2 + 3x - 2 = 0$ (۲) $x^2 - 3x - 2 = 0$

(۳) $x^2 + x - 1 = 0$ (۴) $x^2 - x - 1 = 0$

۱۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + mx - n = 0$ و $2\alpha - 1$ و $2\beta - 1$ ریشه‌های معادله $x^2 + 2(m+1)x - 2n = 0$ باشند، حاصل $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱- وضعیت خط $y = 4x + 2 - a$ نسبت به سهمی $f(x) = -ax^2 - 4x + a$ چگونه است؟

(۱) همواره در دو نقطه متمایز قطع می‌کند.

(۲) خط منحنی را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

(۳) فقط برای $a > 0$ در دو نقطه قطع می‌کند.

(۴) اگر $a < 0$ ، نمودار خط را قطع نمی‌کند.

۱۲- مقادیر $y = \frac{4x-1}{2x+1}$ بین دو خط $y = 1$ و $y = 2$ واقع شده‌اند. حدود x کدام است؟

(۱) $(-\frac{1}{2}, 1)$ (۲) $(-\infty, -\frac{1}{2})$

(۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

۱۳- اگر α جواب معادله $x = \sqrt{3-x} - \sqrt{3x+3} - \sqrt{3-x}$ باشد، مقدار $3\alpha - \alpha^3$ چه عددی است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۱۴- یک سکه ۱۲ گرمی همگن داریم که ۴ گرم آن طلا و ۸ گرم آن نقره است. n گرم آن را بر می‌داریم و به جای آن n گرم، طلا جایگزین می‌کنیم. در این حالت ۸ گرم طلا و ۴ گرم نقره در سکه مانده است. n چه عددی بوده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۸

۱۵- نمودار تابع $f(x) = 2|x-a| + |x-2|$ در بازه $(2, +\infty)$ بر خط $y = m(x+2)$ منطبق است. مقدار $f(m)$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

۱۶- اگر معادله $\sqrt[3]{3ax+8} - x = 2$ دو جواب متمایز داشته باشد، مجموع جواب‌های ممکن برای a کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $2 < \frac{3x+n}{x-3} < -4$ ، بازه $(m, -2m)$ است. حاصل $m-n$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

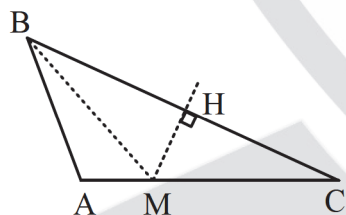
۱۸- مجموع جواب‌های معادله $3 = |x| + |x-1|$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) -1 (۴)

۱۹- نقطه A خارج خط d مفروض است. چند نقطه در صفحه A و d می‌توان یافت که از نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر و از خط d به فاصله $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر باشد؟

- ۲ (۲) حد اکثر ۲ (۱) حد اکثر ۴ (۳) ۴ (۴)

۲۰- در مثلث ABC ($\hat{A} = 120^\circ$)، عمود منصف BC و نیمساز زاویه \hat{B} در نقطه M روی ضلع AC متقاطع هستند. کوچک‌ترین زاویه مثلث کدام است؟



- 20° (۱) 15° (۲) 30° (۳) 25° (۴)

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AC > AB$ و عمود منصف ضلع BC امتداد AB را در E قطع می‌کند. اگر محل برخورد عمود منصف BC با ضلع BC ، M باشد؛ زاویه \hat{MEB} برابر کدام گزینه نیست؟

- \hat{MEC} (۱) \hat{ACB} (۲) \hat{MAC} (۳) \hat{AME} (۴)

۲۲- اگر از متوازی‌الاضلاع ABCD اندازه دو قطر و اندازه یک ضلع آن معلوم باشد، با این اطلاعات حداکثر چند متوازی‌الاضلاع قابل رسم است؟

- (۱) بی‌شمار (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۲۳- مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($A = 90^\circ$) را در نظر بگیرید. از هر رأس آن خطی موازی ضلع روبه‌رو به آن رأس رسم می‌کنیم، از برخورد این خطوط، مثلث $A'B'C'$ به وجود می‌آید. فاصله محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC تا محل هم‌رسی عمودمنصف‌های $A'B'C'$ چه کسری از طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۴- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (الف) هر مثلث حداقل دارای یک زاویه بزرگ‌تر از 60° است.
 (ب) مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع طبیعی وجود دارد که اندازه یکی از اضلاع آن ۷ باشد.
 (ج) هر زاویه خارجی مثلث از هر زاویه داخلی آن بزرگ‌تر است.
 (د) چهارضلعی که قطرهایش برابر هستند، یا مستطیل است یا مربع یا دوزنقه متساوی‌الساقین.
 (ه) در بعضی مثلث‌ها محل برخورد نیمسازهای داخلی، بیرون مثلث قرار دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۵- در مثلث ABC، $\hat{A} = 2\hat{B}$ و نیمساز زاویه A ضلع BC را در D قطع می‌کند. کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

- (۱) $AB > AD$ (۲) $AD > \frac{AB}{2}$
 (۳) $AC > CD$ (۴) $AD > \frac{AC}{2}$

۲۶- ماتریس‌های مربعی A و B از مرتبه ۳، به ترتیب قطری و اسکالر می‌باشند که در رابطه $A + B - \begin{bmatrix} 1 & 0 & z \\ x & -3 & y \\ 0 & t & 2 \end{bmatrix} = 3I$ صدق می‌کنند.

اگر مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۱۲ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۲۷- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ، $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ ، $C = [c_{ij}]_{2 \times 2}$ و $B \times (C \times A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس

$(B \times C) \times A$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۲۷

۲۸- اگر $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & x & x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 6$ باشد، در این صورت با فرض اینکه α و β جواب‌های این معادله باشند، حاصل $2\alpha - \beta$ کدام

می‌تواند باشد؟

- (۱) -۷ (۲) -۵ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۹- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j + 2 & i < j \end{cases}$ باشند، درایه واقع در سطر اول و ستون

سوم $(AB)^2$ کدام است؟

- (۱) -۱۵۵ (۲) -۱۵ (۳) ۱۹ (۴) ۱۶۵

۳۰- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ در تساوی $A^3 = mA + nI$ صدق می‌کند. حاصل $m - n$ برابر کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۱- اگر $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 6\}$ دامنه متغیر باشد، کدام یک از گزاره‌های سوری زیر همواره درست است؟

- (۱) $\exists x \in D ; x - 3 < -2$ (۲) $\exists x \in D ; 3x^2 - 20x - 7 = 0$

- (۳) $\forall x \in D ; \frac{x}{2} \notin \mathbb{Z}$ (۴) $\forall x \in D ; x^2 > 0$

۳۲- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر را با مثال نقض نمی‌توان رد کرد؟

- (۱) برای هر عدد اول n ، عدد $2^n - 1$ اول است.

- (۲) برای هر عدد طبیعی n ، $4n + 7 - n^2$ عددی فرد است.

- (۳) اگر برای ۳ مجموعه غیرتهی A ، B و C داشته باشیم $A \times B = A \times C$ آنگاه $B = C$.

- (۴) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

۳۳- اگر یک عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A ، 240 تا کم می‌شود. مجموعه A توانی \emptyset چند عضو غیر دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۲

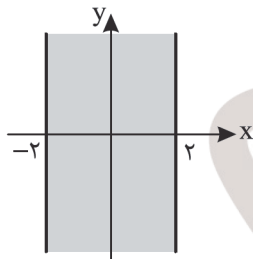
۳۴- اگر گزاره p درست و q نادرست و r گزاره دلخواه باشد، نقیض گزاره $(r \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \Leftrightarrow p)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) T (۲) F (۳) r (۴) $\sim r$

۳۵- اگر $(C - B) \cup A = A \cup B$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

- (۱) $C \cup B = B$ (۲) $(B \cup C) \cap A = B \cup C$
(۳) $B \cap C = \emptyset$ (۴) $B \cup C = A$

۳۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{a - x^2}$ برابر مجموعه A و دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{x^2 + bx + b}$ برابر مجموعه B است. اگر نمودار $A \times B$ به صورت



زیر باشد، $a + b$ چند مقدار صحیح ممکن است داشته باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۷- چند عدد طبیعی مانند n در بازه $[1365, 1403]$ وجود دارد که $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج شود؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۷

۳۸- a_1, a_2, a_3 عدد مربع کامل و b_1, b_2, b_3 همان اعداد ولی با ترتیب دیگری هستند. با استفاده از روش می‌توان ثابت کرد

که نتیجه‌گیری $((\sqrt{a_1} - \sqrt{b_1})(\sqrt{a_2} - \sqrt{b_2})(\sqrt{a_3} - \sqrt{b_3}))^2$ عددی است، است.

- (۱) برهان خلف - زوج - درست
(۲) مثال نقض - زوج - نادرست
(۳) مثال نقض - فرد - نادرست
(۴) گزینه‌های ۱ و ۳

۳۹- a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند. برای اثبات درستی نامساوی $(\sqrt{a}-1)(b+1) \geq a+b^2$ با استدلال بازگشتی به کدام رابطه

همواره درست می‌رسیم؟

$$(\sqrt{a}-b)^2 + (\sqrt{a}+1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$\sqrt{a} + (\sqrt{a}-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(\sqrt{a}-b)^2 + (\sqrt{a}-1)^2 + (b+1)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(\sqrt{a}+b)^2 + (\sqrt{a}+1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

۴۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $\exists n \in \mathbb{Z}, \forall m \in \mathbb{N}; \sqrt{n+m} = \sqrt{n} + \sqrt{m}$

ب) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}; (x+y)^2 = x^2 + y^2$

ج) $\forall a, b \in \mathbb{R} - \{0\}; \frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

